

Examen de Ampliación de Matemáticas. 2-9-02 I.T.I. Gestión.

1) Responder razonadamente a las siguientes cuestiones breves:

a) Se desea averiguar la solución del sistema: $\begin{cases} x + 2y = 4 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$ mediante un método iterativo

convergente. ¿ Se debería hacer algún cambio ?.

b) Sea $f(x) = x^3 + 1$. Averigua la estimación de $\int_0^2 f(x) dx$ usando la fórmula de Simpson

compuesta dividiendo el intervalo de integración en 1000 partes iguales.

c) Se halla la raíz positiva de $\sqrt{2x} - x = 0$ usando Newton-Raphson. ¿cuánto vale la constante de error asintótico?.

d) ¿ Alguna de las fórmulas de integración numérica del formulario permite integrar de forma exacta polinomios de grado 5 ?.

2) Un spline cúbico natural o con frontera libre está definido por:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = 1 + B(x-1) - D(x-1)^3 & 1 \leq x \leq 2 \\ S_1(x) = 1 + b(x-2) - \frac{3}{4}(x-2)^2 + d(x-2)^3 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Si S interpola los datos $(1, 1)$, $(2, 1)$ y $(3, 0)$, obtener B , D , b y d .

3) Se considera la función: $f(x) = x^3 - x + 1$ en el intervalo $[0, 2]$.

a) Dividir el intervalo en 2 partes iguales y averiguar el polinomio interpolador que pasa por los tres nodos obtenidos en dicha división.

b) Idem pero dividiendo en 10 partes iguales.

4) Deducir razonadamente la fórmula de 2 puntos de Gauss para estimar $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

5) Se desea averiguar el valor aproximado de $\int_1^2 \ln(x+1) dx$ utilizando las fórmulas compuestas

de los trapecios y de Simpson. Averiguar el valor de n para que el error (en valor absoluto) que se cometa al aplicar estas fórmulas sea como mucho 10^{-4} .

6) Consideremos el problema: $y' - y + 2x = 0$ en el intervalo $[0, 1]$, siendo $y(0)=y(1)=0$. Hallar estimaciones de la solución $y(x)$ en 2 puntos intermedios del intervalo usando diferencias finitas.

7) Se desea aproximar $\int_0^2 f(x) dx$ mediante la fórmula $\hat{I} = a_0 f(1/4) + a_1 f(1) + a_2 f(3/4)$

Determinar los coeficientes a_0, a_1, a_2 para que integre exactamente polinomios de grado inferior o igual a 2. Comprobar la fórmula con $f(x) = 3x^2 - 2$.

8) La ecuación $\sqrt{x+3} - x = 0$ admite una raíz positiva.

a) Encontrar un valor aproximado de la misma efectuando sólo 3 iteraciones de un método iterativo con convergencia cuadrática.

b) Idem con un método iterativo con convergencia lineal.

(Los problemas 1 y 8 valen 2 puntos, el resto 1 punto cada uno)