

1.- Dada la función $f(x, y) = \frac{8y}{1+x^2+y^2}$

1. Dibujar la curva de nivel que se tiene para $k = 2$.
2. Hallar, y representar gráficamente en la curva anterior, la dirección de mayor crecimiento de la función en el punto $P(\sqrt{3}, 2)$ y la dirección en la que la derivada es cero.
3. Hallar el valor de la derivada en $P(\sqrt{3}, 2)$ en la dirección de P a $Q(2\sqrt{3}, 3)$.
4. Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $A(2, 0, 0)$.

(2.5)

2.- Razonar si el conjunto $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ t.q. } x \leq 2, y \geq 0, y^2 \leq 2x\}$ es cerrado y calcular su frontera. Hallar los extremos absolutos de la función $f(x, y) = xy^2 + 2y^2 - 2x$ sobre A .

(2.5)

$$2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 - 4 = 4$$

3.- Calcular el volumen interior al cilindro $x^2 + y^2 = 9$ y exterior al hiperboloide de ecuación $x^2 + y^2 - z^2 = 4$

(2.5)

4.- Razonar si son ciertas o no las afirmaciones siguientes:

1. $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{xy^2 + (x-y)^2} = 0$

2. Si $f(x, y) = x + y$, entonces $-1 \leq D_v f(x, y) \leq 1 \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}^2$ y $\forall v$ unitario.

3. Si $f(x, y) = \arctg(y/x)$, entonces $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$

4. Si una función $z = f(x, y)$ tiene un extremo relativo en un punto, entonces sus derivadas parciales se anulan en ese punto.

5. Si $f(x, y)$ es una función continua, entonces $\int_0^2 \left[\int_{x/2}^1 f(x, y) dy \right] dx = \int_0^2 \left[\int_0^{2y} f(x, y) dx \right] dy$

(2.5)