Matemáticas II **14 de Septiembre 2001**

TODOS LOS EJERCICIOS DEBEN ESTAR RAZONADOS

SEGUNDO CUATRIMESTRE

1.- Un autobús de 32 plazas (16 a la derecha y 16 a la izquierda) transporta a 28 estudiantes de una escuela politécnica en su viaje fin de carrera. ¿De cuántas formas pueden sentarse si tres de ellos sólo pueden ir a la derecha y cinco de ellos sólo a la izquierda?.

(1.5 puntos)

2.- a) Si un grafo G tiene 15 aristas y su complementario $\overline{G}$ tiene 13 aristas. ¿Cuántos vértices tiene el grafo G?

b) ¿Cómo se calcularía la matriz de $\overline{G}$ conociendo la matriz de G?

c) ¿Para qué valores de n son eulerianos los grafos completos K_n?

d) ¿Para qué valores de m y n son eulerianos los grafos bipartitos $K_{m,n}$?. Para los que no lo sean estudiar si admite un camino euleriano.

(1.5 puntos)

3.- Encontrar el valor de a que hace equivalentes a los sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ y+z=2 \\ x-2z=-1 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+y-z=1 \\ y+z=2 \\ ax-y+5z=1 \end{cases}$$

Para ese valor de a encuentra las soluciones del sistema.

(1.5 puntos)

4.- Dado el subespacio vectorial F generado por los vectores
{(3, 0, a, -1), (1, 1, 0, b), (2, 5, b, -4)} encontrar los valores de "a" y "b" para que los vectores sean linealmente dependientes.
Si a = 2 y b= 1 calcular las ecuaciones paramétricas e implícitas de F.

(2 puntos)

5.- Calcular ecuaciones y una base del núcleo y de la imagen de la aplicación lineal
f: $R^3 \longrightarrow R^3$ definida por:
f(x,y,z) = (x + y, y + z, x + 2y + z). ¿Es biyectiva?

(1.5 puntos)

6.- a) Encontrar los valores de "p" para los que la matriz $A=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p+2 \\ 0 & 2 & p \end{pmatrix}$ es diagonalizable.

b) Si p = 1, calcular la expresión de A^n diagonalizando previamente la matriz A.

(2 puntos)

$-10(p+2)\neq 0$

$-10p-20\neq 0 \Rightarrow \boxed{p\neq -2}$