

Examen de Matemáticas II I.T. Informática de Sistemas 7-6-10

Primer Parcial

1) Encontrar todas aquellas soluciones comprendidas entre 40500 y 50000 del sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x \equiv 50 \pmod{180} \\ x \equiv 110 \pmod{120} \end{array} \right\}$$

2) Averiguar $5^{1000000} \pmod{221}$, usando el teorema de Euler y el teorema chino de los restos.

3) Hallar el término general de la sucesión $a_n = 2a_{n-1} - 2a_{n-2}$ para $n \geq 3$ con $a_1 = 2$, $a_2 = 4$. Comprobar la veracidad de la fórmula para $n = 5$.

4) Sabiendo que el mensaje cifrado: MYU se ha obtenido con el sistema afín, la clave $a = 5$ $b = 4$ y el alfabeto español de 27 caracteres, descifrar dicho mensaje.

Segundo Parcial (primera parte)

1) Sea $A = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 \end{pmatrix}$, hallar $S = I + A + A^2 + A^3 + \dots$

2) Se considera el cuerpo $\frac{\mathbb{Z}_2[x]}{x^4 + x + 1}$. Calcular el valor de $11_{(10)} \cdot 14_{(10)} \oplus 10_{(10)} \cdot 4_{(10)}$

3) Discutir y resolver, cuando sea posible:

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = m \\ m x - y - z = 1 \\ 3x = m + 1 \\ 4x + m y + 2z = 1 \end{array} \right\}$$

Segundo Parcial (segunda parte)

1) Se sabe que $(2, 1, 1)$ es un autovector asociado al autovalor $\lambda = 5$ de la matriz $\begin{pmatrix} a & 3 & 3 \\ 3 & b & 0 \\ 3 & 0 & c \end{pmatrix}$.

Calcular los elementos que faltan de dicha matriz, así como sus autovalores y autovectores.

2) Dada la matriz: $A = \begin{pmatrix} p & 1 & q \\ 1 & p & p \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Calcular los valores de p y q para que sea posible obtener

una matriz semejante y diagonal con A .

3) Revisando los donativos que hacen los socios de una entidad financiera para causas benéficas se observa que el 80% de las personas que contribuyeron en un cierto año, también contribuirán al año siguiente, y que el 30% de los que no contribuyeron en ese año sí lo harán al siguiente. Hallar la matriz de transición y el estado estacionario.

4) Sea $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \end{pmatrix}$ a) Averiguar su descomposición en valores singulares normalizada,

b) Averiguar la matriz de rango 1 más próxima. c) Hallar la pseudoinversa.

Nota: Los alumnos con toda la asignatura deben hacer:

- Todos los problemas del primer parcial.
- Los problemas 1 y 2 del segundo parcial (primer parte)
- Los problemas 2 y 4 del segundo parcial (segunda parte)