Respuestas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A															
B															
C															

Apellidos y Nombre: _________________________________Especialidad: _________

<u>Marcar la respuesta correcta en cada una de las preguntas que siguen.</u> NO OLVIDAR trasladar las respuestas marcadas a la tabla que está situada en la parte superior (si no es así, no se corregirá la prueba).
RECUERDE que las preguntas incorrectas RESTAN un medio.

El Nº de Viviendas construidas en los últimos 22 años, así como el Consumo de energía eléctrica (en miles de Kw.), en el mismo periodo en una determinada ciudad, aparece descrito en la tabla siguiente:

Año	Nº de Viviendas (V)	Consumo (K)	Año	Nº de Viviendas (V)	Consumo (K)
1981	2908	8390	1992	5162	23107
1982	5115	9725	1993	4078	24335
1983	3558	10172	1994	5937	25466
1984	3374	11127	1995	7019	26597
1985	4562	12897	1996	5852	27553
1986	4259	13986	1997	4084	-------
1987	3001	15655	1998	3602	29902
1988	3646	17392	1999	3630	30996
1989	5990	18864	2000	5565	32435
1990	6432	20036	2001	4596	34066
1991	6504	21472	2002	5248	32589

SE PROPORCIONAN LOS SIGUIENTES DATOS AUXILIARES:

La variable Año, se ha sustituido por la variable auxiliar T, que toma los siguientes valores: Año 1981 ⇒T=1, Año 1982 ⇒T=2, ..., Año 2002 ⇒T=22. En estos cálculos <u>NO</u> se ha tenido en cuenta los datos correspondientes al Año 1997 (variable T=17).

$$\sum_{i=1}^{21} T = 236 \;;\; \sum_{i=1}^{21} T^2 = 3506 \;;\; \sum_{i=1}^{21} V = 100038 \;;\; \sum_{i=1}^{21} V^2 = 507287722$$

$$\sum_{i=1}^{21} K = 446762 \;;\; \sum_{i=1}^{21} K^2 = 1.089074468\times 10^{10}$$

$$\sum_{i=1}^{21} TV = 1179692 \;;\; \sum_{i=1}^{21} TK = 6104484 \;;\; \sum_{i=1}^{21} VK = 2204141416$$

$$\Sigma_{KVT} = \begin{pmatrix} 66007597'74 & 3614048'436 & 51608'2206 \\ & 1463584'585 & 2641'1916 \\ & & 40'6533 \end{pmatrix}$$

1. *La media de la variable T es:*
   - **a.** No se puede calcular.
   - **b.** 11’238
   - **c.** 11’5.
2. *La relación lineal entre V y K es:*
   - **a.** 0.3676
   - **b.** 0.3273
   - **c.** 0.9933
3. *Entre las variables V y K:*
   - **a.** La variable V es más homogénea que la K.
   - **b.** La homogeneidad de V y K son prácticamente iguales.
   - **c.** La variable K es más homogénea que la V.
4. *La mediana de la variable V, es:*
   - **a.** $6504+5162/2 = 5833$
   - **b.** Se ordenaría y se tomaría el dato central.
   - **c.** Se ordenaría y se tomaría el valor medio de los datos centrales.
5. *Si $R_{KV,T} = 0.3273$, entonces:*
   - **a.** La dependencia entre K y V se debe parcialmente a T.
   - **b.** T no influye en la dependencia entre K y V.
   - **c.** La dependencia entre K y V está amortiguada por T.
6. *En el Año 1997, se consumieron:*
   - **a.** 28529’041 miles de Kw
   - **b.** 6192’885 miles de Kw
   - **c.** 1256’34 miles de Kw
7. *El error medio en la estimación anterior del nº de Kw consumidos:*
   - **a.** 0.0
   - **b.** 0.1
   - **c.** 1
8. *Si $\det \sum_{KVT} = 2.309125908 \times 10^{13}$:*
   - **a.** $S_\varepsilon^2 = 439635.4598$
   - **b.** S_ε^2 es difícil de calcular.
   - **c.** $S_\varepsilon^2 = 349827.2907$
9. *Con el mismo enunciado que la pregunta 8, la bondad del modelo obtenido en el apartado 6 es:*
   - **a.** 0.3676
   - **b.** 0.3273
   - **c.** 0.9933
10. *Para la asignación de probabilidades a experimentos aleatorios:*
    - **a.** Da igual aplicar la regla de Laplace o la Frecuentista.
    - **b.** Siempre puedo aplicar la Frecuentista.
    - **c.** Siempre puedo aplicar Laplace.
11. *Cuando en el cálculo de probabilidades a posteriori aplicamos el teorema de Bayes:*
    - **a.** Podemos hacerlo en cualquier situación.
    - **b.** Los Ei sucesos iniciales, deben de ser incompatibles entre sí.
    - **c.** Los Ei sucesos iniciales, deben de ser independientes entre sí.
12. *Dados dos sucesos A y B cualesquiera:*
    - **a.** $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
    - **b.** $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
    - **c.** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

El árbitro de una cierta competición deportiva tiene 3 tarjetas, una es roja por las dos caras, otra tiene una cara roja y la otra amarilla y la tercera tiene las dos caras amarillas. Un jugador comete una falta y el árbitro saca una tarjeta al azar mostrándole una de las caras también al azar, si la cara mostrada es roja, el jugador es expulsado,

13. *La probabilidad de que el jugador sea expulsado es:*
    - **a.** 1/2
    - **b.** 1/3
    - **c.** 2/3
14. *Si el jugador fue expulsado, la probabilidad de que le haya mostrado la tarjeta con las dos caras rojas es:*
    - **a.** 1/2
    - **b.** 1/3
    - **c.** 2/3
15. *Si le mostró tarjeta amarilla, la probabilidad de que la otra cara de la tarjeta sea roja es:*
    - **a.** 1/2
    - **b.** 1/3
    - **c.** 2/3

.- El Nº de Viviendas construidas en los últimos 22 años, así como el Consumo de energía eléctrica (en miles de Kw.), en el mismo periodo en una determinada ciudad, aparece descrito en la tabla siguiente:

Año	Nº de Viviendas (V)	Consumo (K)	Año	Nº de Viviendas (V)	Consumo (K)
1981	2908	8390	1992	5162	23107
1982	5115	9725	1993	4078	24335
1983	3558	10172	1994	5937	25466
1984	3374	11127	1995	7019	26597
1985	4562	12897	1996	5852	27553
1986	4259	13986	1997	4084	-------
1987	3001	15655	1998	3602	29902
1988	3646	17392	1999	3630	30996
1989	5990	18864	2000	5565	32435
1990	6432	20036	2001	4596	34066
1991	6504	21472	2002	5248	32589

a) **¿El Consumo de energía eléctrica es más homogéneo que el Nº de viviendas construidas?. Razonar la respuesta.**
b) **¿Está relacionado el Consumo de energía eléctrica con el Nº de Viviendas construidas?. En caso afirmativo, ¿influye en esta relación el paso del tiempo?.**
c) **¿Qué cantidad de energía eléctrica se consumió en el año 1997?.**
d) **¿Qué porcentaje del consumo nos explica el modelo anteriormente calculado (bondad del modelo)?.**

SE PROPORCIONAN LOS SIGUIENTES DATOS AUXILIARES:

La variable Año, se ha sustituido por la variable auxiliar T, que toma los valores: Año 1981⇒T=1, Año 1982⇒T=2, ..., Año 2002⇒T=22. En estos cálculos <u>NO</u> se ha tenido en cuenta los datos correspondientes al Año 1997 (variable T=17).

$$\sum_{i=1}^{21} T = 236 \;\; ; \;\; \sum_{i=1}^{21} T^2 = 3506 \; ; \sum_{i=1}^{21} V = 100038 \;\; ; \;\; \sum_{i=1}^{21} V^2 = 507287722$$

$$\sum_{i=1}^{21} K = 446762 \;\; ; \;\; \sum_{i=1}^{21} K^2 = 1.089074468 \times 10^{10}$$

$$\sum_{i=1}^{21} TV = 1179692 \;\; ; \;\; \sum_{i=1}^{21} TK = 6104484 \; ; \sum_{i=1}^{21} VK = 2204141416$$

$$\sum_{KVT} = \begin{pmatrix} 66007597'74 & 3614048'436 & 51608'2206 \\ & 1463584'585 & 2641'1916 \\ & & 40'6533 \end{pmatrix}$$

Para los cálculos en los que intervenga una sola variable, se consideran todos los casos válidos, cuando se intente relacionar dos o más variables y una de ellas tenga un dato ausente, no se tendrán en cuenta los datos de las demás.

Media de la variable T con los 22 datos:

$$\overline{T} = \sum_{i=1}^{22} T_i = \frac{17 + \sum_{i=1}^{21} T_i}{22} = \frac{17 + 236}{22} = 11.5$$

Media y varianza de la variable V con los 22 datos:

$$\overline{V} = \sum_{i=1}^{22} V_i = \frac{4084 + \sum_{i=1}^{21} V_i}{22} = \frac{4084 + 100038}{22} = 4732.8181$$

$$S_V^2 = \left[\frac{1}{22} \sum_{i=1}^{22} V_i^2 \right] - \overline{V}^2 = \left[\frac{1}{22} \left(4084^2 + \sum_{i=1}^{21} V_i^2 \right) \right] - \overline{V}^2 = \frac{523966778}{22} - 4732.8181^2 =$$

$$= 1417104.56$$

a) ¿El Consumo de energía eléctrica es más homogéneo que el Nº de viviendas construidas?. Razonar la respuesta.

Para determinar si la variable Consumo de energía eléctrica (K) es la más homogénea que el Nº de viviendas construidas (V), calcularemos el Coeficiente de Variación de ambas variables: $\left[CV = \frac{S}{\overline{\overline{X}}} \right]$

(Tomaremos para ambas variables 21 datos para poder utilizar los datos auxiliares).

- ✓ $CV_K = \frac{S_K}{\overline{\overline{K}}} = \frac{8124.506}{21274.381} = \boxed{0.3818} \Rightarrow \boxed{38.18\%}$
- ✓ $CV_V = \frac{S_V}{\overline{\overline{V}}} = \frac{1209.787}{4763.714} = \boxed{0.2539} \Rightarrow \boxed{25.39\%}$

a la vista de los resultados, el Consumo de energía eléctrica (K), NO es más homogéneo que el Nº de viviendas construidas (V).

Si el CV de V se calcula con los 22 datos (forma correcta) el resultado es similar al anterior

$$CV_V = \frac{S_V}{\overline{\overline{V}}} = \frac{1190.422}{4732.8181} = \boxed{0.2515} \Rightarrow \boxed{25.15\%}$$

b) ¿Está relacionado el Consumo de energía eléctrica con el Nº de Viviendas construidas?. En caso afirmativo, ¿influye en esta relación el paso del tiempo?.

Para determinar si las variables K y V están relacionadas, calcularemos el coeficiente de correlación lineal entre ambas:

$$R_{KV} = \frac{S_{KV}}{S_K S_V} = \frac{3614048.436}{\sqrt{66007597.74} \times \sqrt{1463584.585}} = \boxed{0.3676}$$

Existe una relación lineal, creciente, positiva, pero relativamente baja.

¿influye en esta relación el paso del tiempo?

Para ello obtendremos el coeficiente de correlación parcial $R_{KV,T}$

$$R_{KV,T} = -\frac{A_{12}}{\sqrt{A_{11}A_{22}}}$$

- ✓ $A_{12} = -\begin{vmatrix} 3614048.436 & 2641.1916 \\ 51608.2206 & 40.6533 \end{vmatrix} = \underline{\lfloor -10615796.54}$

- ✓ $A_{11} = \begin{vmatrix} 1463584.585 & 2641.1916 \\ 2641.1916 & 40.6533 \end{vmatrix} = \underline{\lfloor 52523650.14}$

- ✓ $A_{22} = \begin{vmatrix} 66007597.74 & 51608.2206 \\ 51608.2206 & 40.6533 \end{vmatrix} = \underline{\lfloor 20018239.71}$

con lo que:

$$R_{KV,T} = -\frac{-10615796.54}{\sqrt{52523650.14 \times 20018239.71}} = \boxed{0.3273}$$

$$\left.\begin{array}{l} R^2_{KV} = 0.3676^2 = 0.1351 \\ R^2_{KV,T} = 0.3273^2 = 0.1071 \end{array}\right\} \Rightarrow R^2_{KV,T} = 0.1071 < R^2_{KV} = 0.1351$$

La dependencia entre el Consumo de energía eléctrica (K) y el Nº de viviendas construidas (V), se debe parcialmente a la variable T, es decir, al paso del Tiempo.

c) ¿Qué cantidad de energía eléctrica se consumió en el año 1997?.

O dicho de otra forma, nos piden realizar previsiones con el modelo de regresión:

$$\hat{K} = a + b_1 V + b_2 T$$

para el Año 1997 en el que la variable auxiliar T toma el valor 17.

Los coeficientes de regresión toman los valores:

✓ $b_i = -\frac{A_{1,i+1}}{A_{11}} \ \forall i = 1,2 \Rightarrow \begin{cases} b_1 = -\frac{A_{12}}{A_{11}} = -\frac{-10615796.54}{52523650.14} = \underline{0.2021} \\ b_2 = -\frac{A_{13}}{A_{11}} = -\frac{-6.598760176\times 10^{10}}{52523650.14} = \underline{1256.34} \end{cases}$

ya que : $A_{13} = \begin{vmatrix} 3614048.436 & 1463584.585 \\ 51608.2206 & 2641.1916 \end{vmatrix} = \underline{-6.598760176\times 10^{10}}$

✓ $a = \overline{K} - b_1\overline{V} - b_2\overline{T} = 21274.381 - 0.2021\times 4763.714 - 1256.34\times 11.238 = \underline{6192.885}$

y el modelo pedido es:

$$\mathbf{\hat{K} = 6192.885 + 0.2021V + 1256.34T}$$

la estimación para el Año pedido es:

$$\hat{K}_{(V=4084,\,T=17)} = 6192.885 + 0.2021\times 4084 + 1256.34\times 17 = \boxed{28529.041 \text{ miles de Kw}}$$

d) ¿Qué porcentaje del consumo nos explica el modelo anteriormente calculado (bondad del modelo)?.

Para ello determinaremos el coeficiente de determinación del modelo:

$$R^2 = 1 - \frac{S_e^2}{S_K^2} = 1 - \frac{\det\sum}{S_K^2 \times \det\sum_{\overline{X}}} = 1 - \frac{\det\sum}{S_K^2 \times A_{11}}$$

siendo:

$$\det\sum\nolimits_{KVT} = \begin{pmatrix} 66007597.74 & 3614048.436 & 51608.2206 \\ 3614048.436 & 1463584.585 & 2641.1916 \\ 51608.2206 & 2641.1916 & 40.6533 \end{pmatrix} = 2.309125908\times 10^{13}$$

con lo que:

$$R^2 = 1 - \frac{2.309125908\times 10^{13}}{66007597.74\times 52523650.14} = \boxed{0.9933}$$

es decir, con el modelo calculado, estamos explicando el 99.33% de la variación del Consumo eléctrico.

.- El árbitro de una cierta competición deportiva tiene 3 tarjetas, una es roja por las dos caras, otra tiene una cara roja y la otra amarilla y la tercera tiene las dos caras amarillas. Un jugador comete una falta y el árbitro saca una tarjeta al azar mostrándole una de las caras también al azar, si la cara mostrada es roja, el jugador es expulsado.

1. **¿Cuál es la probabilidad de que el jugador sea expulsado?, ¿y cuál la de no ser expulsado?.**
2. **Si le mostró tarjeta amarilla, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara de la tarjeta sea roja?.**
3. **Si el jugador fue expulsado, ¿cuál es la probabilidad de que le haya mostrado la tarjeta con las dos caras rojas?.**

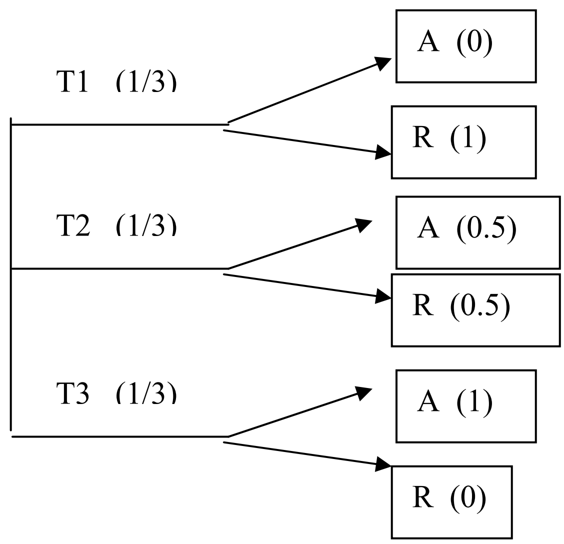
Sean los sucesos:

T1 ≡ “Tarjeta Roja por las dos caras”,
T2 ≡ “Tarjeta Roja por una cara y Amarilla por la otra”,
T3 ≡ “Tarjeta Amarilla por las dos caras”.

Y sean los sucesos:

A ≡ “Mostrar tarjeta Amarilla”,
R ≡ “Mostrar tarjeta Roja”.

De acuerdo con el enunciado, las probabilidades de cada suceso aparecen en el árbol.



1. **¿Cuál es la probabilidad de que el jugador sea expulsado?.**

$$P(\text{Expulsion}) = P(R) = P(T1)\times P\left(R/T1\right) + P(T2)\times P\left(R/T2\right) + P(T3)\times P\left(R/T3\right) =$$
$$= \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+0\right) = \frac{1}{2}$$

¿Cuál es la probabilidad de que el jugador no sea expulsado?

$$P(\text{No Expulsion}) = P(A) = P(T1)\times P\left(A/T1\right) + P(T2)\times P\left(A/T2\right) + P(T3)\times P\left(A/T3\right) =$$
$$= \frac{1}{3}\left(0+\frac{1}{2}+1\right) = \frac{1}{2}$$

O bien:

$$P(\text{No Expulsion}) = 1 - P(\text{Expulsion}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

2. **Si le mostró tarjeta amarilla, ¿cuál es la probabilidad de que la otra cara de la tarjeta sea roja?.**

De acuerdo con el Teorema de Bayes:

$$P\left(T2/A\right) = \frac{P(T2)\times P\left(A/T2\right)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}}{\frac{1}{3}\left(0+\frac{1}{2}+1\right)} = \frac{1}{3}$$

3. **Si el jugador fue expulsado, ¿cuál es la probabilidad de que le haya mostrado la tarjeta con las dos caras rojas?.**

De acuerdo con el Teorema de Bayes:

$$P\left(T1/R\right) = \frac{P(T1)\times P\left(R/T1\right)}{P(R)} = \frac{\frac{1}{3}\times 1}{\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2}+0\right)} = \frac{2}{3}$$