

**MATEMÁTICAS I**  
**1º Grado en Ingeniería Mecánica - Grupo 1**  
**2 de septiembre de 2011**

**Nombre:**

**D.N.I.:**

1. Dada la función  $f(x) = \frac{1}{1-x}$ ,
  - (a) (0.75 ptos) Calcula su dominio y su recorrido.
  - (b) (0.5 ptos) Halla  $(f \circ f \circ f)(x)$ . A partir de la expresión obtenida, ¿que relación se puede deducir entre las funciones  $f$  y  $f \circ f$ ?
  - (c) (0.75 ptos) Esboza la gráfica de la función  $f(x)$ . Para ello estudia, si es necesario, todas las propiedades de la función que consideres oportunas: dominio, recorrido, puntos de corte, simetría, asíntotas, monotonía... Para ayudarte también puedes hacer una pequeña tabla de valores.
  
2. Calcula las siguientes integrales
  - (a) (0.75 ptos)  $\int_1^e (\ln x)^2 dx$
  - (b) (0.75 ptos)  $\int x\sqrt{2x-x^2} dx$
  - (c) (0.75 ptos)  $\int \frac{x^2-1}{x^2+1} dx$
  - (d) (0.75 ptos)  $\int_0^{\pi/2} \frac{\operatorname{sen} x}{\sqrt{2-\cos x}} dx$
  
3. (1 pto) La recta  $x+2y = -3$  corta a la hipérbola  $xy = 1$  en dos puntos. Determina el área de la región que delimitan ambas curvas. ¿Y si cambias la recta anterior por la recta  $x+2y = 3$ ?
  
4. (2 ptos) Estudiar la continuidad de la función  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\ln(x^2+1)}{x^2+y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$   
¿Puedes cambiar el valor de la función en  $(0, 0)$  para lograr que ésta sea continua?
  
5. (2 ptos) Hallar los valores de  $a$  y de  $b$  para que el máximo de las derivadas direccionales de  $f(x, y) = 25 - ax^2 - by^2$  en  $(3, -4)$  sea 10 y se alcance en la dirección de  $(3, -4)$  a  $(0, 0)$ .

**Instrucciones:**

- El DNI debe de estar encima de la mesa.
- La duración del examen es de 3'5 horas (3 horas y media).
- El examen hay que entregarlo en bolígrafo azul o negro.
- No se permiten calculadores gráficas ni programables.
- Se deben entregar todos los cálculos intermedios y se deben razonar todos los pasos.
- El ejercicio 2 compensa con el trabajo obligatorio del tema 5.

