

TEORÍA

1. La serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{n}}}{\sqrt{n}}$ y la integral $\int_1^{\infty} \frac{e^{-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ son convergentes.
 2. Las funciones $f(x, y) = x\sqrt{y}$ y $f(x, y) = xLy$ tienen el mismo dominio de definición.
 3. La gráfica de la superficie $x - y^2 - z^2 + 2z = 4$ es un paraboloides elíptico.
 4. El plano tangente a la superficie $xy^2 + 3x - z^2 = 4$ en el punto $P(2, 1, -2)$ es $x + y + z = 1$.
 5. Si $f(x, y)$ es continua, entonces $\int_0^2 \left[\int_{x/2}^1 f(x, y) dy \right] dx = \int_0^2 \left[\int_0^{2y} f(x, y) dx \right] dy$.
- (0.5x5)

PROBLEMAS

6. El copo esférico de la figura es un fractal generado por ordenador por Eric Haines. El radio de la esfera mayor es 1. A esta esfera se unen 9 esferas de radio $\frac{1}{3}$. A cada una de éstas se unen 9 esferas de radio $\frac{1}{9}$. Este proceso es infinitamente continuo. Demostrar que el copo esférico tiene una superficie de área infinita y volumen finito.



↖ ERROR CORREGIDO

(1)

7. Hallar el desarrollo de Taylor en $x = 0$ de la función $f(x) = \sinh(x) + \cosh(x)$ y hallar su campo de convergencia.

(1.5)

8. Supongamos que estamos en el punto $P(2, 0, 196)$ en una colina de ecuación $f(x, y) = 200 + 2xy - x^2y - 2x$. El eje OY señala el norte y el eje OX el este.

- 8.1. Si nos movemos hacia el sur, ¿subimos o bajamos? ¿Y si nos movemos hacia el noroeste?
- 8.2. ¿En qué dirección está el descenso más escarpado? ¿En qué dirección el camino es horizontal?
- 8.3. ¿Cuál es el punto más alto de la colina?

(2.5)

Observaciones:

- La nota del examen es el 75% de la calificación final
- Todos los ejercicios y apartados admiten puntuaciones parciales de 0.5 puntos
- No se permite utilizar calculadora
- Tiempo, 2 horas