

Examen de Ampliación de Matemáticas. 16-2-2001 I.T.I. Gestión.

- 1) Se interpola la función $f(x) = \ln(x+2)$ mediante un polinomio $P(x)$ utilizando los nodos: $\{1, 1.3, 2\}$. Se estima $f(1.4)$ mediante $P(1.4)$. a) Sin obtener el polinomio acotar el error de interpolación. b) Obtener $P(x)$ y hallar el verdadero valor del error de interpolación.
- 2) a) Se considera la sucesión $\{x_n\}$ generada de la forma: $x_n = \sqrt{6+x_{n-1}}$ para $n=1,2,\dots$. ¿Se puede asegurar la convergencia de esta sucesión $\forall x_0 \in [-1,4]$?.
- b) Averiguar razonadamente el valor de: $\sqrt{6+\sqrt{6+\sqrt{6+\dots}}}$
- 3) Deducir la fórmula: $\hat{f}'(c) = \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$ así como la fórmula del error cometido en la estimación. Aplicar estas fórmulas con $h=0.01$ para estimar $f'(1.6)$ siendo $f(x) = e^{-2x}$, obteniendo la cota del error y comprobar que efectivamente el error es inferior a esa cota.
- 4) Si $x=s$ es una raíz de multiplicidad m de la función $f(x)$ y $g(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$, obtener razonadamente el valor de $g'(s)$. ¿Cuál es la velocidad de convergencia del método de Newton Raphson?
- 5) Se desea averiguar el valor aproximado de $\int_1^2 \frac{1}{x} dx$ utilizando la fórmula de Simpson compuesta: $\hat{I} = \frac{h}{3}(f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + f(x_n))$. Averiguar el valor de n para que el error que se cometa al aplicar esta fórmula sea como mucho 10^{-3} .
- 6) Consideremos el problema: $y'' = y - 4x$ en el intervalo $[0, 1]$, siendo $y(0)=y(1)=0$. Hallar estimaciones de la solución $y(x)$ en 2 puntos intermedios del intervalo usando diferencias finitas.
- 7) Aplicar el método de Euler para: $y'' = x + y + 2y'$ en el intervalo $[1, 1.2]$ siendo $y(1)=1$ $y'(1)=1$ y $h=0.1$.

