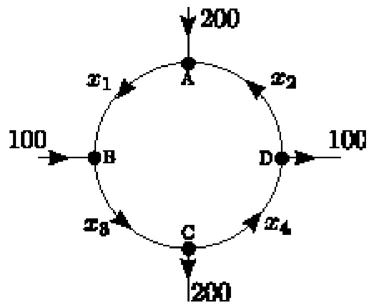
11 de junio de 2014

1. Resolver la ecuación matricial $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ si $X \in M_{2\times 2}(R)$.

(1)

2. Consideremos la siguiente rotonda en la que la circulación y entradas y salidas es en la dirección que señalan las flechas:



Los números indican la cantidad de coches por hora que entran o salen por los puntos A, B, C y D y las variables $x_1,\ x_2,\ x_3\ \ y\ \ x_4$ representan el número de coches que pasan del cruce A al B, del D al A, del B al C y del C al D. Se supone que está prohibido aparcar en todas las calles. Plantear y resolver por el método de Gauss un sistema de ecuaciones para las variables x_i que permita conocer el flujo de tráfico por la zona. Si queremos controlar el tráfico permitiendo circular por el tramo CD solamente 100 vehículos, ¿cuántos pasan por los otros tramos? Si hay obras en el tramo CD y no puede circular ningún coche por él, ¿qué valores tomarán las variables $x_1,\ x_2$ y x_3?

(1.5)

3. Se tiene la aplicación $f: R^3 \to R^3$: $f(x,y,z) = (x+2y+3z, x-z, 2x+2y+2z)$. Hallar la matriz de la aplicación en la base canónica, una base del núcleo, otra de la imagen y las ecuaciones cartesianas del subespacio transformado del plano $x - y - z = 0$.

(2)

4. Hallar los valores de $a \in R$ para los cuales la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & a & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 2 & a & 1 \end{pmatrix}$ es diagonalizable. Diagonalizarla ortogonalmente cuando $A = 0$.

(2)

<u>Observaciones:</u>

- La nota del examen es el 65% de la calificación final
- Todos los ejercicios admiten puntuaciones parciales de 0.5 puntos
- No se permite utilizar calculadora
- Tiempo, 3 horas